

## TIfAI Übung – Blatt 3

Ausgabedatum: 19.4.2011 — Abgabedatum: **26.4.2011, 8:00 Uhr**

### Information:

Ab nächster Woche können wir zwei zusätzliche Übungstermine anbieten. Damit stehen folgende Termine zur Verfügung:

Übungsgruppe 1	Mi 16-18 Uhr	Marc Gillé
Übungsgruppe 2	Mi 16-18 Uhr	Jens Lechner
Übungsgruppe 3	Do 12-14 Uhr	Jens Lechner
Übungsgruppe 4	Fr 12-14 Uhr	Marc Gillé

Die An-/Ummeldung erfolgt wieder über AsSESS (siehe Übungsseite) und ist bis Donnerstag den 21.04. um 10 Uhr freigeschaltet. Die Verteilung auf die Übungsgruppen wird dann im Laufe des Donnerstags per E-Mail verschickt. Die Abgaben können entweder per E-Mail an den jeweiligen Tutor geschickt werden oder in den Briefkasten Nr. 23 im Pav. 6 auf dem Campus-Süd eingeworfen werden.

*Wichtig: Bitte unbedingt immer Name(n) und Übungsgruppennummer auf den Abgaben angeben!*

### Aufgabe 3.1: Vergleich der Markov- und Chernoff-Ungleichung

#### Kurzaufgabe (1 Punkt):

Gib die Markov-Ungleichung und die in der Vorlesung beschriebene Chernoff-Ungleichung an. Beschreibe in eigenen Worten, was die beiden Ungleichungen aussagen.

#### Hauptaufgabe (4 Punkte):

Angenommen wir werfen eine faire Münze  $n$ -mal.

1. Bestimme mit Hilfe der Markov-Ungleichung eine untere Schranke für die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens  $(1/3)n$ -mal „Kopf“ fällt.
2. Bestimme mit Hilfe der Chernoff-Ungleichung eine untere Schranke für die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens  $(1/3)n$ -mal „Kopf“ fällt.
3. In dem Beweis der Chernoff-Schranke (genaue Details des Beweises sind hier nicht weiter wichtig) wird unter anderem auch die Markov-Ungleichung verwendet. Warum liefert uns trotzdem die Chernoff-Ungleichung eine bessere Schranke als die Markov-Ungleichung?

*Tipp: Betrachte die in den Aussagen benutzte(n) Zufallsvariable(n)!*

### Aufgabe 3.2: Komplexitätsklassen

Kurzaufgabe (1 Punkt):

Skizziere den Beweis von  $ZPP = RP \cap \text{co-RP}$ .

Hauptaufgabe (4 Punkte):

1. Es wird aktuell vermutet, dass  $BPP = P$  ist. Falls diese Vermutung stimmt, welche Komplexitätsklassen, die du aus der Vorlesung kennst, wären noch gleich?
2. Zeige, dass aus  $NP \subseteq \text{co-RP}$  folgt, dass  $NP = ZPP$  ist.

### Aufgabe 3.3: Nichtdeterminismus

Kurzaufgabe (1 Punkt):

Erläutere den Aufbau und die Arbeitsweise einer nichtdeterministischen Turingmaschine. Wie ist die Komplexitätsklasse NP definiert?

Hauptaufgabe (4 Punkte):

1. Gib das Akzeptanzverhalten einer nichtdeterministischen Turingmaschine an, die eine Sprache aus  $\text{co-NP}$  entscheidet.
2. Zeige, dass  $P \subseteq NP \cap \text{co-NP}$  gilt.
3. Eine weitere wichtige Ressource ist der Speicherplatz einer Turingmaschine. Ein Turingmaschine heißt  $f(n)$ -platzbeschränkt, wenn die Turingmaschine bei Eingaben der Länge  $n$  maximal  $f(n)$  Speicherzellen besucht. Die Komplexitätsklasse  $PSPACE$  enthält alle Entscheidungsprobleme, die von einer deterministischen polynomiell platzbeschränkten Turingmaschine entschieden werden kann, d.h. von einer deterministischen  $f(n)$ -platzbeschränkten TM mit  $f(n) = O(n^k)$  für eine Konstante  $k$ .  
Zeige  $NP \subseteq PSPACE$ .

### Testfragen:

1. Was versteht man unter *probability amplification*?
2. Wie ist der Zusammenhang zwischen EP und ZPP?
3. Was bedeutet es, wenn eine Komplexitätsklasse abgeschlossen bzgl. Komplementbildung ist? Welche Klassen kennst du, die unter Komplementbildung abgeschlossen sind?