

TIfAI Übung – Blatt 2

Ausgabedatum: 12.4.2011 — Abgabedatum: 18.4.2011, 14:00 Uhr

Informationen:

Die Abgaben können per E-Mail oder im Briefkasten Nr. 23 im Pavillon 6 auf dem Campus-Süd abgegeben werden. Gruppenabgaben von bis zu drei Personen sind erlaubt und erwünscht. In diesem Fall sollte allerdings jedes Gruppenmitglied die Lösung jeder bearbeiteten Aufgabe verstehen und diese auch in der Übung präsentieren können.

Wichtig: Bitte immer Name(n) und Übungstermin (Mittwoch oder Freitag) auf den Abgaben angeben!

Aufgabe 2.1: Eingabeformat eines Problems, Komplexitätsklasse P

Kurzaufgabe (1 Punkt):

Was ist die Rechenzeit eines Algorithmus? Wie ist die Komplexitätsklasse P definiert?

Hauptaufgabe (4 Punkte):

Betrachte das folgende Problem:

$$\text{UFAKTOR} := \{ (1^n, 1^l, 1^k) \mid n, l, k \in \mathbb{N} \text{ und es existiert eine Primzahl } p \\ \text{mit } l < p < k, \text{ die ein Teiler von } n \text{ ist} \}$$

1. Zeige, dass $\text{UFAKTOR} \in P$ gilt.
2. Was ändert sich, wenn die Zahlen n, l, k in UFAKTOR nicht unär sondern binär kodiert sind?

Aufgabe 2.2: Erweiterte Churchsche These und Turingmaschinen

Kurzaufgabe (1 Punkt):

Erläutere den Aufbau und die Arbeitsweise einer Turingmaschine. Warum betrachten wir überhaupt Turingmaschinen?

Hauptaufgabe (4 Punkte):

Wir betrachten in dieser Aufgabe eine Erweiterung von Turingmaschinen, die wir schwarz-weiß-Turingmaschinen oder kurz sw-TMs nennen. Der Unterschied zu den in der Vorlesung definierten Turingmaschinen besteht darin, dass hier das Arbeitsband aus schwarzen und weißen Feldern besteht, die sich abwechseln, d.h. die beiden benachbarten Felder eines weißen Feldes sind schwarz und umgekehrt. Statt einer Übergangsfunktion $\delta(q, a)$ haben sw-TMs zwei Übergangsfunktionen $\delta_s(q, a)$ und $\delta_w(q, a)$. Die Übergangsfunktion $\delta_s(q, a)$ wird verwendet, wenn sich der Lesekopf über einem schwarzen Feld befindet, $\delta_w(q, a)$ wird entsprechend für weiße Bandfelder verwendet. Am Anfang der Rechnung befindet sich der Lesekopf über einem schwarzen Feld. Ansonsten arbeiten sw-TMs so wie übliche TMs. Offensichtlich kann eine sw-TM eine

herkömmliche TM effizient simulieren, denn falls für alle Zustände q und alle Eingabezeichen a gilt, dass $\delta_s(q, a) = \delta_w(q, a)$ ist, dann entspricht eine sw-TM einer herkömmlichen TM. Zeige, dass auch die Umkehrung dieser Aussage gilt, also dass eine sw-TM von einer herkömmlichen TM effizient simuliert werden kann.

Aufgabe 2.3: Randomisierte Komplexitätsklasse

Kurzaufgabe (1 Punkt):

Welche Fehlerarten gibt es für einen randomisierten Algorithmus?

Hauptaufgabe (4 Punkte):

Die Komplexitätsklasse R enthalte alle Entscheidungsprobleme L , für die ein randomisierter Algorithmus A existiert, dessen Laufzeit durch ein Polynom p beschränkt ist und folgende Eigenschaften besitzt:

- Für alle $x \in L$ gilt $\text{Prob}(A \text{ verwirft } x) = 0$ und
- für alle $x \notin L$ gilt $\text{Prob}(A \text{ akzeptiert } x) \leq \frac{q(n)}{2^{p(n)}}$,

wobei q ein Polynom ist und n die Eingabelänge angibt.

1. Wie viele Rechenwege sind in dem Algorithmus A bei einer festen Eingabe x möglich?
Bestimme die Anzahl der korrekten und der fehlerhaften Rechenwege für eine feste Eingabe x .
2. Zeige $R = P$.

Testfragen:

1. Was ist ein Entscheidungs- bzw. Suchproblem?
2. Was ist eine Sprache?
3. Welche Fehlerart hat der Äquivalenztest für multilineare Ausdrücke? Begründe deine Antwort.