technische universität dortmund

Beate Bollig, Marc Gillé, Jens Lechner
Lehrstuhl 2, Fakultät für Informatik


# TIfAI Übung – Blatt 14

Ausgabedatum: 5.7.2011 — Abgabedatum: 11.7.2011, 14:00 Uhr

**Aufgabe 14.1**: Entscheidbarkeit/Unentscheidbarkeit

Kurzaufgabe (1 Punkte):

Beschreibe die Reduktion des PKP auf das Schnittproblem für kontextfreie Sprachen.

Hauptaufgabe (4 Punkte):

Entscheide, ob die folgenden Sprachen rekursiv sind und begründe deine Antworten, wobei du alle in der Vorlesung genannten Aussagen benutzen darfst.

1. $L_1 = \{\langle G_1, G_2\rangle \mid G_1, G_2$ sind kontexfrei und $|L(G_1) \cap L(G_2)| = \infty\}$,
2. $L_2 = \{\langle G_1, G_2\rangle \mid G_1$ ist regulär, $G_2$ ist kontextfrei und $L(G_1) \subseteq L(G_2)\}$,
3. $L_3 = \{\langle G\rangle \mid G$ ist kontextfrei und $|L(G)| \geq 100\}$.

Dabei ist $\langle\rangle$ eine Kodierung der Grammatik(en). Es darf vorausgesetzt werden, dass die Kodierung und die Dekodierung der Grammatiken in polynomieller Zeit möglich ist.

**Aufgabe 14.2**: Tripelkonstruktion

Kurzaufgabe (1 Punkte):

Beschreibe die Tripelkonstruktion bei der Umformung eines NPDAs in eine kontexfreie Grammatik.

Hauptaufgabe (4 Punkte):

Im Folgenden ist die Zustandsübergangsfunktion eines NPDAs für eine Sprache $L$ mit dem Stackalphabet $\Gamma = \{N, E, \#\}$ und der Zustandsmenge $Q = \{q_0, q_1\}$ angegeben. Der Startzustand ist $q_0$, der Stack wird mit $\#$ initialisiert und der Akzeptanzmodus ist "leerer Stack".

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, 0, \#) &= \{(q_0, N\#)\}\\
\delta(q_0, 0, N) &= \{(q_0, NN)\}\\
\delta(q_0, 1, N) &= \{(q_1, \epsilon)\}\\
\delta(q_1, 1, N) &= \{(q_1, \epsilon)\}\\
\delta(q_1, 1, \#) &= \{(q_1, E\#)\}\\
\delta(q_1, 1, E) &= \{(q_1, EE)\}\\
\delta(q_1, 0, E) &= \{(q_1, \epsilon)\}\\
\delta(q_1, 0, \#) &= \{(q_0, E\#)\}\\
\delta(q_1, \epsilon, \#) &= \{(q_1, \epsilon)\}
\end{aligned}$$

Wie üblich hält und verwirft der NPDA, falls für den aktuellen Zustand, das aktuelle Eingabezeichen und das aktuelle Stacksymbol die Zustandsübergangsfunktion nicht definiert ist.

1. Gib die von dem NPDA erzeugte Sprache $L$ an.
2. Konstruiere mittels der Tripelkonstruktion die zugehörige kontextfreie Grammatik.

**Aufgabe 14.3**: Kellerautomaten

Kurzaufgabe (1 Punkte):

Beschreibe den Beweis, dass die Akzeptanzmodi "leerer Stack" und "akzeptierende Zustände" für NPDAs äquivalent sind.

Hauptaufgabe (4 Punkte):

Eine Sprache $L$ heißt deterministisch kontextfrei, wenn es einen DPDA mit akzeptierenden Zuständen gibt, der die Sprache $L$ akzeptiert. Zu jedem DPDA $A$ existiert ein äquivalenter DPDA $A'$ in Normalform, für den die folgenden beiden Bedingungen gelten:

- Der DPDA ließt jede Eingabe $w \in \Sigma^*$ vollständig.
- Falls $\delta(q, a, X) = (p, \gamma)$ für $a \in \Sigma \cup \{\epsilon\}$, ist $\gamma = \epsilon$, $\gamma = X$ oder $\gamma = YX$ für ein $Y \in \Gamma$.

Zeige, dass die deterministisch kontextfreien Sprachen unter Komplementbildung abgeschlossen sind.

*Tipp: Überlege Dir, in welchen Situationen ein DPDA eine Eingabe verwirft bzw. akzeptiert. Berücksichtige, dass ein DPDA eine Eingabe $w$ auch akzeptiert, wenn er nach dem vollständigen Lesen von $w$ einmal einen akzeptierenden Zustand erreicht und anschließend durch $\epsilon$-Bewegungen verwerfende Zustände annimmt.*

**Testfragen:**

1. Welche Sprachen werden von NPDAs erkannt? Wieviele Zustände braucht man für NPDAs?
2. Durch welches Automatenmodell lassen sich die LR($k$)-Grammatiken charakterisieren?
3. Was ist ein shift/reduce Konflikt?