technische universität dortmund

Beate Bollig, Marc Gillé, Jens Lechner
Lehrstuhl 2, Fakultät für Informatik
Sommersemester 2011

TIfAI Übung – Blatt 13

Ausgabedatum: 28.6.2011 — Abgabedatum: 4.7.2011, 14:00 Uhr

Aufgabe 13.1: CYK-Algorithmus

Kurzaufgabe (1 Punkte):

Beschreibe *kurz* den CYK-Algorithmus. Wie kann der CYK-Algorithmus zum Lösen des Wortproblems für kontextfreie Grammatiken benutzt werden?

Hauptaufgabe (4 Punkte):

1. Der in der Vorlesung vorgestellte CYK-Algorithmus löst lediglich das Wortproblem: Er entscheidet für ein gegebenes Wort w, ob dieses aus der in Chomsky-Normalform vorliegenden Grammatik G abgeleitet werden kann. Modifiziere den CYK-Algorithmus so, dass er – falls w aus G abgeleitet werden kann – einen zugehörigen Syntaxbaum berechnet und erkennt, ob mehrere Syntaxbäume für w existieren.

2. Wende den CYK-Algorithmus auf die nachstehende kontextfreie Grammatik G in Chomsky-Normalform an und entscheide, ob die Worte $w_1, w_2, w_3 \in L(G)$ sind. Dabei ist $G = (V, T, S, P)$, mit $V = \{S, A, B, C\}$, $T = \{a, b\}$ und $P = \{$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB, \\ S &\rightarrow BC, \\ A &\rightarrow BA, \\ A &\rightarrow a, \\ B &\rightarrow CC, \\ B &\rightarrow b, \\ C &\rightarrow AB, \\ C &\rightarrow a\} \end{aligned}$$

   und $w_1 = aaaaa = a^5$, $w_2 = aaaaaa = a^6$, $w_3 = baaba$. Gib einen zugehörigen Syntaxbaum an, wenn $w_i \in L(G), i = 1, 2, 3$.

Aufgabe 13.2: Pumping Lemma für kontextfreie Sprachen

Kurzaufgabe (1 Punkte):

Unäre Sprachen, d.h. Sprachen, die über einem einelementigem Alphabet definiert sind, können, wenn sie nicht regulär sind, auch nicht kontextfrei sein. Begründe diese Aussage.

Hauptaufgabe (4 Punkte):

1. Entscheide auf möglichst einfache Art und Weise, ob die folgende Sprache kontextfrei ist: $L_1 = \{1^i 0^{i^2 - i} \mid i \geq 1\}$

2. Beweise oder widerlege, dass die folgenden Sprachen kontextfrei sind:

   (a) $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i \leq k \text{ oder } j \leq k, \text{ wobei } i, j, k \geq 1 \text{ gilt}\}$

   (b) $L_3 = \{a^n b^m \mid n < m < 2n, n \geq 2\}$

   (c) $L_4 = \{a^i b^j c^k \mid i < j < k\}$

Aufgabe 13.3: Ogdens Lemma

Kurzaufgabe (1 Punkte):

Gib die Kontraposition von Ogdens Lemma an und beschreibe den Beweis von Odgens Lemma. Warum ist Ogdens Lemma eine Verallgemeinerung des Pumping Lemmas für kontextfreie Sprachen?

Hauptaufgabe (4 Punkte):

Beweise oder widerlege, dass die folgenden Sprachen kontextfrei sind:

1. $L_1 = \{0^i 1^j 0^k \mid j = \max(i, k)\}$
2. $L_2 = \{a^n b^n c^i \mid i \neq n\}$
3. $L_3 = \{a^n b^{2n} c^m \mid n, m \geq 0\}$
4. $L_4 = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ oder } i \neq k \text{ oder } j \neq k\} = L(a^* b^* c^*) - \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$

Testfragen:

1. Welche Motivation gibt es für die Einführung der Chomsky-Normalform?
2. Welche Laufzeit hat der CYK-Algorithmus? Wie ändert sich die Laufzeit, wenn in der Grammatik der Eingabe auch Regeln der Form $A \to BCD$ zugelassen werden?
3. Für welche Sprachen gibt es keine Grammatiken, die sie generieren? Nenne Beispielsprachen.