

TIfAI Übung – Blatt 10

Ausgabedatum: 7.6.2011 — Abgabedatum: 14.6.2011, vor der Vorlesung

Aufgabe 10.1:

Kurzaufgabe (1 Punkte):

Wie ist die Nerode-Relation R_L definiert? Wie kann man mittels der Nerode-Relation R_L beweisen, dass die Sprache L nicht regulär ist?

Hauptaufgabe (4 Punkte):

Gib die Äquivalenzklassen der Nerode-Relation folgender Sprachen an, beweise, dass Elemente einer Klasse nicht äquivalent zu Elementen einer anderen Klasse sind und zeige, dass die Aufzählung der Äquivalenzklassen vollständig ist.

1. Klammersprache $L_1 = \{w \in \{(\,)\}^* \mid w \text{ ist korrekt geklammert}\}$
2. $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \#_0(w) \cdot \#_1(w) \text{ ist gerade}\}$

Aufgabe 10.2:

Kurzaufgabe (1 Punkte):

Die regulären Sprachen sind genau die Sprachen, die sich als Vereinigung von Äquivalenzklassen von rechtsinvarianten Äquivalenzrelationen mit endlichem Index darstellen lassen. Kann man diese Charakterisierung wie folgt verändern?

1. Statt rechtsinvarianter Äquivalenzrelationen mit endlichem Index betrachtet man beliebige Äquivalenzrelationen mit endlichem Index.
2. Statt der Vereinigung von Äquivalenzklassen von rechtsinvarianten Äquivalenzrelationen mit endlichem Index betrachtet man die Vereinigung von endlich vielen Äquivalenzklassen von rechtsinvarianten Äquivalenzrelationen mit beliebigem Index.

Begründe Deine Antwort. Gib gegebenenfalls ein Gegenbeispiel an.

Hauptaufgabe (4 Punkte):

1. Beweise, dass eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ genau dann regulär ist, wenn es eine Konstante n gibt, so dass für jedes Wort $w \in \Sigma^*$ ein Wort $w' \in \Sigma^*$ mit $|w'| \leq n$ und $w'R_L w$ existiert.
2. Das Pumping-Lemma beschreibt lediglich eine notwendige Bedingung für die Regularität einer Sprache. Eine notwendige und hinreichende Bedingung wurde 1978 von Jeffrey Jaffe in *Jaffes Pumping-Lemma* formuliert:

Die Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ ist genau dann regulär, wenn eine Konstante $n \in \mathbb{N}$ mit $n > 0$ existiert, so dass für alle $z \in \Sigma^*$ mit $|z| \geq n$ eine Zerlegung $z = uvw$ mit $|v| \geq 1$ existiert, für die gilt: Für alle $i \geq 0$ und $t \in \Sigma^*$ gilt $zt \in L \Leftrightarrow uv^i wt \in L$.

Beweise Jaffes Pumping-Lemma.

Tipp: Die erste Teilaufgabe könnte bei der Lösung der Zweiten helfen.

Aufgabe 10.3:

Kurzaufgabe (1 Punkte):

Beschreibe in eigenen Worten die Potenzmengenkonstruktion für NFAs.

Hauptaufgabe (4 Punkte):

Führe für einen NFA, der analog zu Folie 404 folgende Sprache erkennt, die Potenzmengenkonstruktion durch, gib den resultierenden DFA an:

$$L = \{w \mid w \text{ endet mit } 101\} .$$

Testfragen:

1. Was sagt der Satz von Nerode aus und wie funktioniert der Beweis?
2. Warum liefert der Markierungsalgorithmus einen minimalen DFA?
3. Welche Sprachen lassen sich durch NFAs beschreiben?