technische universität dortmund

Christian Sohler, Melanie Schmidt
Lehrstuhl 2, Fakultät für Informatik
Wintersemester 2009/2010

AuD Übung – Präsenzübung 4

Ausgabedatum: 25.11.2009 — Besprechung: 02.12.2009

Aufgabe 4.1: Dualitätssatz

Es sei (P) ein lineares Programm und (D) das zugehörige duale Programm. Gib an, welche der folgenden Fälle auftreten können. Wir schreiben $(P) = \emptyset$ bzw $(D) = \emptyset$, um auszudrücken, dass (P) bzw (D) keine zulässige Lösung hat. Außerdem schreiben wir $(P) = \infty$ btw $(D) = -\infty$ um auszudrücken, dass (P) bzw (D) unbeschränkt ist. Wir schreiben $(P) = \text{opt}$ bzw. $(D) = \text{opt}$, wenn (P) bzw. (D) eine endliche, zulässige und optimale Lösung besitzt. Gib an, welche der folgenden Fälle auftreten können:

$(P) = \emptyset$ und $(D) = \emptyset$	$(P) = \infty$ und $(D) = \emptyset$	$(P) = \text{opt}$ und $(D) = \emptyset$
$(P) = \emptyset$ und $(D) = \infty$	$(P) = \infty$ und $(D) = \infty$	$(P) = \text{opt}$ und $(D) = \infty$
$(P) = \emptyset$ und $(D) = \text{opt}$	$(P) = \infty$ und $(D) = \text{opt}$	$(P) = \text{opt}$ und $(D) = \text{opt}$

Aufgabe 4.2: Approximationsalgorithmen

Gib die Definition eines k-Faktor-Approximationsalgorithmus an.

Aufgabe 4.3: Approximationsalgorithmen

Wir betrachten das folgende Problem:

Minimum Vertex Cover: Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Teilmenge U heißt *Vertex Cover*, wenn gilt: Für jede Kante in G liegt mindestens einer der beiden Endpunkte in U. Gesucht wird ein möglichst kleines Vertex Cover U^*, d.h. $|U^*| = \min_{U \text{ Vertex Cover}} |U|$.

Wir wollen einen einfachen Approximationsalgorithmus für das Minimum Vertex Cover Problem entwerfen. Dazu benötigen wir den Begriff *Matching*: Eine Teilmenge $M \subseteq E$ der Kanten heißt *Matching*, wenn für alle Kanten $e_1, e_2 \in M$ gilt: e_1 und e_2 haben keinen gemeinsamen Endpunkt. Ein Matching M heißt *inklusionsmaximal*, wenn man keine Kante zu M hinzufügen kann, ohne die Matchingeigenschaft zu verletzen.

Betrachte den folgenden Algorithmus: *Berechne ein inklusionsmaximales Matching M in G und gib alle Knoten aus, die Endpunkte von Kanten aus M sind.*

Zeige: Dieser Algorithmus ist ein 2-Faktor-Approximationsalgorithmus für das Minimum Vertex Cover Problem.

Aufgabe 4.4: Randomisiertes Runden für Set Cover

Gib eine obere Schranke für die Wahrscheinlichkeit an, dass wir den randomisierten Rundungsalgorithmus für Set Cover mehr als $2k$ Mal ausführen müssen, bis wir ein zulässiges Set Cover mit ausreichend kleinem Wert finden.