

AuD Übung – Präsenzübung 3

Ausgabedatum: 12.11.2009 — Besprechung: 18.11.2009

Aufgabe 3.1: Modellierung mit linearen Programmen

Bei dem Problem *MAX-SAT* erhält man als Eingabe eine boolesche Formel $F(x_1, \dots, x_n)$ in konjunktiver Normalform, d.h. $F = c_1 \wedge c_2 \wedge \dots \wedge c_m$, wobei c_i Klauseln über den Variablen $x_1, \dots, x_n \in \{0, 1\}$ sind. Gesucht ist eine Belegung der Variablen, so dass maximal viele Klauseln erfüllt sind. Modelliere dieses Problem durch ein ganzzahliges lineares Programm.

Weiterhin interessieren wir uns für *Fuzzy MAX-SAT*. Dazu möchten wir *MAX-SAT* so abwandeln, dass die Variablen nicht ganzzahlig sind, sondern aus dem Intervall $[0, 1]$, d.h. $0 \leq x_i \leq 1$. Man kann dann nicht mehr davon sprechen, dass eine Klausel oder die gesamte Formel „erfüllt“ oder „nicht erfüllt“ ist. Wie kann man stattdessen berechnen, „wie sehr“ eine Klausel oder Formel erfüllt ist? Modelliere das entstehende Problem als LP.

Aufgabe 3.2: Dualitätssatz

Was ist an der folgenden Argumentation falsch ?

$$\begin{aligned}
 & \max\{c^t x \mid Ax \leq b, x \geq 0\} \\
 \leq & \min\{y^t b \mid y^t A \geq c^t, y \geq 0\} && \text{(wegen Dualität)} \\
 \leq & \max\{y^t b \mid y^t A \geq c^t, y \geq 0\} && \text{(einfache Abschätzung)} \\
 \leq & \min\{c^t x \mid Ax \geq b, x \leq 0\} && \text{(wegen Dualität)} \\
 \leq & \max\{c^t x \mid Ax \geq b, x \leq 0\} && \text{(einfache Abschätzung)} \\
 \leq & \min\{y^t b \mid y^t A \leq c^t, y \leq 0\} && \text{(wegen Dualität)} \\
 \leq & \max\{y^t b \mid y^t A \leq c^t, y \leq 0\} && \text{(einfache Abschätzung)} \\
 \leq & \min\{c^t x \mid Ax \leq b, x \geq 0\} && \text{(wegen Dualität)}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 3.3: Simplex-Algorithmus

In der Beschreibung des Simplex-Algorithmus werden die Vektoren u und y verwendet. Beschreibe, wie man diese ermittelt. Welche Eigenschaften haben u und y ? Welche Bedeutung hat der Wert λ_0 ?

Aufgabe 3.4: LP-Entscheidungsproblem

Zeige: Das LP-Entscheidungsproblem ist in NP.