

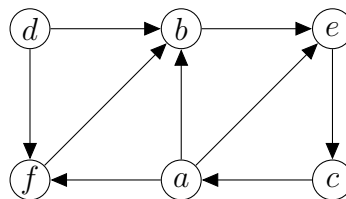
DAP2 – Heimübung 14

Ausgabedatum: 14. 7. 17 — Abgabedatum: Fr. 21. 7. 17 (Mo. 24. 7. für Gruppen 27–32) 12 Uhr

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren **vollständigen Namen**, **Ihre Matrikelnummer** und **Ihre Gruppennummer** auf Ihre Abgaben!

Aufgabe 14.1 (5 Punkte): (Tiefensuche und topologische Sortierung)

Gegeben sei der gerichtete Graph $G = (V, E)$:



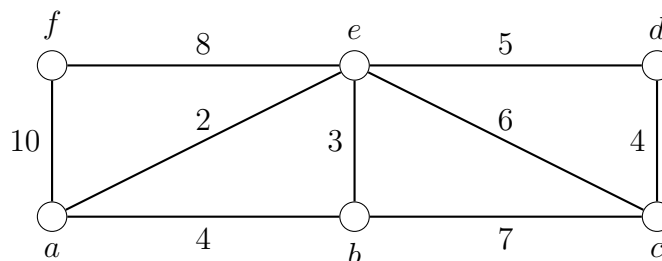
- a) Führen Sie eine Tiefensuche auf dem Graphen G durch. Die Startknoten werden dabei in alphabetischer Reihenfolge betrachtet. Die ausgehenden Kanten eines Knotens werden ebenso in alphabetischer Reihenfolge ihrer Zielknoten abgearbeitet.

Geben Sie dabei zu jedem Knoten $v \in V$ seine Werte $d[v]$ und $f[v]$, seinen Vorgänger $\pi[v]$ und seine Farbe $color[v]$ an. Kennzeichnen Sie die klassifizierten Kantenmengen T , B , F und C (für Baum-, Rückwärts-, Vorwärts-, und Kreuzungskanten).

- b) Führen Sie die topologische Sortierung auf $G' = (V, E')$ mit $E' = E \setminus \{(c, a)\}$ durch. Sie dürfen dabei Ihre Ergebnisse aus Aufgabenteil a) verwenden. Erläutern Sie Ihre Lösung.

Aufgabe 14.2 (5 Punkte + 5 Bonuspunkte): (Minimale Spannbäume)

- a) (2 Punkte) Betrachten Sie folgenden Graphen G .



Führen Sie den Algorithmus von Kruskal sowie den Algorithmus von Prim jeweils auf G aus, um einen minimalen Spannbaum zu bestimmen. Markieren Sie dabei jeweils die Kanten, die in den minimalen Spannbaum aufgenommen werden, und kennzeichnen Sie die Reihenfolge, in der dies geschieht. Der Algorithmus von Prim soll mit Knoten a beginnen.

- b) (1 Punkt) Spielt es in Aufgabenteil a) für den ausgegebenen minimalen Spannbaum eine Rolle, mit welchem Knoten der Algorithmus von Prim beginnt? Begründen Sie.
- c) (2 Punkte) Nennen Sie eine Eigenschaft, die ein gewichteter, ungerichteter Graph haben muss, damit er keinen eindeutigen minimalen Spannbaum besitzt? Beweisen Sie Ihre Aussage.
- d) (2.5 Bonuspunkte) Zeigen Sie, dass in einem gewichteten, ungerichteten Graphen eine Kante, die nicht in jedem minimalen Spannbaum enthalten ist, auf einem Kreis liegt.
- e) (2.5 Bonuspunkte) Betrachten Sie für einen gewichteten, ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ die Relation R über V mit

$$(u, v) \in R \iff \{u, v\} \text{ ist eine Kante im minimalen Spannbaum von } G$$

für alle $u, v \in V$. Entscheiden Sie jeweils für die Eigenschaften einer Äquivalenzrelation (Reflexivität, Symmetrie und Transitivität), ob diese erfüllt sind. Begründen Sie Ihre Antworten.