

DAP2 – Heimübung 6

Ausgabedatum: 19. 5. 17 — Abgabedatum: Montag 29. 5. für alle Gruppen, 12 Uhr

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren **vollständigen Namen**, **Ihre Matrikelnummer** und **Ihre Gruppennummer** auf Ihre Abgaben!

Aufgabe 6.1 (5 Punkte): (Gierige Algorithmen)

Erik ist ein Fan von BVB und will die ℓ Kilometer lange Strecke von Dortmund bis Berlin mit dem Fahrrad fahren, um das Pokalfinale zu sehen. Dazu braucht er mehrere Tage und er hat sicherheitshalber beschlossen, nur tagsüber zu fahren. Täglich kann er k Kilometer fahren, und er darf nur in bekannten Raststätten übernachten. Die i -te Raststätte, $1 \leq i \leq n$, befindet sich am $A[i]$ -ten Kilometer ab Dortmund, und es gilt dass $0 < A[i + 1] - A[i] \leq k$ ist, für alle $1 \leq i < n$. Erik möchte, dass seine Reise möglichst wenige Übernachtungen enthält.

- Beschreiben Sie mit eigenen Worten einen **gierigen** Algorithmus, der bei Eingabe des Arrays A eine minimale Menge der Indizes der Raststätte berechnet und zurückgibt, sodass Eriks Reise möglich ist. Geben Sie den Algorithmus auch in Pseudocode an. Für die volle Punktzahl wird ein Algorithmus erwartet, dessen Worst-Case-Laufzeit durch $\mathcal{O}(n)$ beschränkt ist.
- Analysieren Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus.
- Beweisen Sie, dass Ihr Algorithmus die optimale Lösung zurückgibt.

Aufgabe 6.2 (5 Punkte): (Gierige Algorithmen)

Simon sammelt Münzen, und hat über eine neue Münzserie von n unterschiedlichen Silbermünzen erfahren, die er kaufen möchte und die im Folgenden mit den Zahlen 1 bis n identifiziert werden. Allerdings kann er sich nur leisten, pro Monat eine Münze im numismatischen Laden zu kaufen.

Zu Beginn hat jede Münze einen Preis von 20€. Jeden Monat steigt der Preis jeder Münze i , $1 \leq i \leq n$, um einen bestimmten Faktor $p_i > 1$. Der neue Preis lässt sich aus dem vorherigen Preis durch Multiplikation mit Faktor p_i berechnen. Das heißt, nach m Monaten kostet die Münze i nun $20 \cdot p_i^{m-1}$. Simon muss sich entscheiden, in welcher Reihenfolge er die Münzen kaufen sollte, damit er den ausgegebenen Gesamtgeldbetrag minimiert.

- Beschreiben Sie mit eigenen Worten einen **gierigen** Algorithmus, der bei Eingabe der Faktoren p_1, \dots, p_n den minimalen Gesamtgeldbetrag, den Simon ausgeben muss um alle n Münzen zu kaufen, berechnet und zurückgibt. Geben Sie den Algorithmus auch in Pseudocode an. Für die volle Punktzahl wird ein Algorithmus erwartet, dessen Worst-Case-Laufzeit durch $\mathcal{O}(n \cdot \log n)$ beschränkt ist.
- Analysieren Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus.
- Beweisen Sie, dass Ihr Algorithmus eine optimale Lösung berechnet.