

## DAP2 – Heimübung 4

Ausgabedatum: 5. 5. 17 — Abgabedatum: Fr. 12. 5. 17 (Mo. 15. 5. für Gruppen 27–32) 12 Uhr

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren **vollständigen Namen**, **Ihre Matrikelnummer** und **Ihre Gruppennummer** auf Ihre Abgaben!

### Aufgabe 4.1 (6 Punkte): (Rekursionsgleichungen)

Gegeben seien die Rekursionsgleichungen:

a)

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{für } n = 1 \\ 4 \cdot T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2 & \text{für } n > 1 \end{cases}$$

b)

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{für } n = 1 \\ 9 \cdot T\left(\frac{n}{3}\right) + n\sqrt{n} & \text{für } n > 1 \end{cases}$$

c)

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{für } n = 1 \\ 2 \cdot T\left(\frac{n}{4}\right) + 8n & \text{für } n > 1 \end{cases}$$

Bestimmen Sie eine asymptotische obere Schranke für  $T(n)$  und beweisen Sie sie mittels Induktion. Sie dürfen annehmen, dass  $n$  von der Form  $2^k$ ,  $3^k$  bzw.  $4^k$  für ein  $k \in \mathbb{N}$  ist.

### Aufgabe 4.2 (4 Punkte): (Merge-Operation)

Wir betrachten die Funktion  $\text{Merge}(A, p, q, r)$  aus der Vorlesung. Diese Funktion fügt die sortierten Teilarrays  $A[p \dots q]$  und  $A[q + 1 \dots r]$  ( $1 \leq p \leq q < r \leq \text{length}[A]$ ) von  $A$  zum sortierten Teilarray  $A[p \dots r]$  zusammen.

- Spezifizieren Sie die Merge-Funktion in Pseudo-Code und **kommentieren Sie diesen**. Verwenden Sie dabei zwei Indexvariablen  $i$  und  $j$ , die auf den Teilarrays  $A[p \dots q]$  und  $A[q + 1 \dots r]$  nach dem *Reißverschlussprinzip* fortschreiten. Das Resultat soll in einem (lokalen) Hilfsarray  $B$  im Teilbereich  $B[p \dots r]$  aufgebaut werden. Beachten Sie die Randfälle, in denen eines der Teilarrays vollständig abgearbeitet ist.
- Führen Sie eine exakte Worst-Case-Laufzeitanalyse für Ihr Merge-Programm bei Eingabe von zwei Arrays der Länge  $n$  durch.