

DAP2 – Heimübung 3

Ausgabedatum: 28. 4. 17 — Abgabedatum: Fr. 5. 5. 17 (Mo. 8. 5. für Gruppen 27–32) 12 Uhr

Abgabe:

Schreiben Sie unbedingt immer Ihren vollständigen Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Gruppennummer auf Ihre Abgaben! Beweise sind nur dort notwendig, wo explizit danach gefragt wird. Eine Begründung der Antwort wird allerdings *immer* verlangt.

Aufgabe 3.1 (5 Punkte): (Schleifeninvariante und Korrektheitsbeweis)

Betrachten Sie das folgende Programme, das als Eingabe eine natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ erhält.

```
BerechneWert1(n):  
1 if  $n = 0$  then  
2   return 0  
3  $a \leftarrow 1$   
4  $b \leftarrow 1$   
5 for  $i = 1$  to  $n - 1$  do  
6    $c \leftarrow b - i$   
7    $b \leftarrow c + a$   
8    $a \leftarrow c + 2i + 1$   
9 return  $b$ 
```

Untersuchen Sie die Funktionsweise und Korrektheit dieses Programms, indem Sie wie folgt vorgehen:

- Stellen Sie eine Behauptung auf, welchen Wert das Programm *BerechneWert1* für eine Eingabe n ausgibt.
- Formulieren Sie zwei Schleifeninvarianten, die zu Beginn jeder Iteration der obigen Schleife im Programm *BerechneWert1* für die Variablen a und b gelten, und beweisen Sie diese mittels vollständiger Induktion.
- Verwenden Sie dann diese Schleifeninvarianten, um zu zeigen, dass die Behauptung in Aufgabenteil (a) korrekt ist.

Hinweis: Sie können gegebenenfalls auf Funktionsdefinitionen aus vorherigen Übungsaufgaben zurückgreifen.

Aufgabe 3.2 (5 Punkte): (Korrektheitsbeweis mit Rekursion)

Betrachten Sie das folgende rekursive Programm, das eine natürliche Zahl n erhält.

```
BerechneWert2( $n$ ):  
1 if  $n = 0$  then  
2   return 0  
3 if  $n = 1$  then  
4   return 1  
5 if  $n = 2$  then  
6   return 1  
7 return  $2 \cdot \text{BerechneWert2}(n - 1) - \text{BerechneWert2}(n - 3)$ 
```

Stellen Sie eine Behauptung auf, was dieses Programm für eine Eingabe n ausgibt, und beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Behauptung mittels vollständiger Induktion.