Abgabe: in der Vorlesung am 9. November 2017

Algorithmen und Unsicherheit

Wintersemester 2017/18 Übungsblatt 4

Aufgabe 1: (6 Punkte)

Gegeben eine Set-Cover-Instanz, sei $f = \max_{e \in U} |\{S \in \mathcal{S} \mid e \in S\}|$ wieder die Frequenz des Mengensystems.

Nutze Theorem 3.4, um einen Online-Algorithmus anzugeben, der $O(\log f)$ -competitive ist für fraktionales Set Cover und beweise dies. Du darfst annehmen, dass f vorab bekannt ist.

Hinweis: Finde in der Analyse des Algorithmus die Abschätzung, die sich verbessern lässt für f < n. Nutze dies, um den Algorithmus anzupassen.

Aufgabe 2: (2+2+2+2 Punkte)

Wir definieren einen weiteren deterministischen Algorithmus für Ski Rental.

(a) Schreibe das primale und das duale LP auf, nutze dafür Variablen x_{buy} und $x_{\text{rent},1}, x_{\text{rent},2}, \dots$ sowie y_1, y_2, \dots

Solange noch keine Skier gekauft sind, erhöhe in jedem Schritt t die Variable $x_{\text{buy}}^{(t)}$ um 1/B. Falls nun $x_{\text{buy}}^{(t)} \ge 1$, kaufe die Skier, anderenfalls setze $x_{\text{rent},t}^{(t)} = 1$ und leihe die Skier für einen Tag.

- (b) Setze $y_t^{(t)}$ auf $B(x_{\text{buy}}^{(t)} x_{\text{buy}}^{(t-1)}) + x_{\text{rent},t}^{(t)}$. Welche Werte kann $y_t^{(t)}$ annehmen? Zeige, dass Lemma 3.3 mit $\alpha = 1$ erfüllt ist.
- (c) Zeige, dass die Kosten, die dem Algorithmus durch leihen und kaufen entstehen, beschränkt sind durch $\sum_t y_t^{(t)}$.
- (d) Zeige, dass Lemma 3.3 mit $\beta = 2$ erfüllt ist.

Aufgabe 3: (6 Punkte)

Zeige, dass für das Ski-Rental-Problem kein deterministischer Online-Algorithmus strictly c-competitive ist für c < 2.