Thomas Kesselheim

18. Januar 2018
Abgabe: in der Vorlesung am 25. Januar 2018

Algorithmen und Unsicherheit

Wintersemester 2017/18

Übungsblatt 11

Aufgabe 1: (3 Punkte)
Zeige, dass im Falle einer endlichen Menge X jede Hypothesenmenge $\mathcal{H}$ PAC-lernbar ist. Nutze hierfür die Ergebnisse aus der Vorlesung.

Aufgabe 2: (3+3+3 Punkte)
Sei $X = \mathbb{R}$ und seien $\mathcal{H}$ die Hypothesen der Form $h(x) = 1$ für $x \in [a, b]$, $h(x) = 0$ sonst. Gib die Wachstumsfunktion $\mathcal{H}[m]$ an und beweise diese Aussage, indem du

(a) zeigst, dass für jede Menge S mit $|S| = m$ gilt, dass $\mathcal{H}[S] \leq \mathcal{H}[m]$, und

(b) für jedes m eine Menge S mit $|S| = m$ angibst, so dass $\mathcal{H}[S] = \mathcal{H}[m]$ und dies begründest.

(c) Erweitere die Aussagen auf Vereinigungen von bis zu k Intervallen.

Aufgabe 3: (3+5 Punkte)
Sei $X = \mathbb{R}^2$ und seien $\mathcal{H}$ die linearen Klassifikatoren, d. h. der Klassifikator ist durch eine Gerade gegeben sowie eine Richtung (oberhalb bzw. unterbald), so dass die Punkte oberhalb bzw. unterhalb der Geraden als 1, die übrigen Punkte als 0 klassifiziert werden.

(a) Betrachte m Punkte auf einem Halbkreis und zeige, dass für diese Menge $\mathcal{H}[S] = m(m + 1)$ gilt.

(b) Zeige, dass für alle m gilt: $\mathcal{H}[m] \leq m(m + 1)$.

Hinweis: Eine Gerade wird durch zwei Punkte eindeutig definiert.